

В. К. Гойденко

Адьюнкт Военной академии связи

КОМПЛЕКСНАЯ ТЕПЛОВАЯ МОДЕЛЬ ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО КОМПЛЕКСА СВЯЗИ

АННОТАЦИЯ. В статье рассмотрены состояние и перспективы развития программно-аппаратных комплексов связи. Предложена тепловая диагностическая модель, позволяющая учитывать режимы работы ПАКС и моделировать различного рода неисправности. В состав тепловой диагностической модели входят: электрическая модель схемы, тепловая модель ПАКС и тепловая модель электронного модуля ПАКС. Проведена оценка адекватности предложенной модели. Приведены сведения о направлениях использования полученных результатов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тепловая модель, тепловой режим, диагностирование, температура, тепловой процесс, топологическая модель.

Введение

Современное состояние и перспективы развития программно-аппаратных комплексов связи (ПАКС), представляющих основную часть парка средств связи и автоматизации во всех родах войск, характеризуются постоянным повышением уровня производительности, улучшением эксплуатационных свойств, миниатюризацией конструкции и, как следствие, увеличением плотности компоновки отдельных радиоэлектронных модулей (функциональных узлов). При этом одним из важнейших свойств, характеризующих качество ПАКС, является их надежность. Надежность является комплексным свойством, которое включает безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость. Одним из путей повышения надежности является повышение ремонтпригодности [1]. Одним из показателей ремонтпригодности является время восстановления, около 80 % составляет время диагностирования.

Эффективным и перспективным методом диагностирования ПАКС является бесконтактный метод, основанный на регистрации электромагнитного излучения в инфракрасной области спектра (далее по тексту теплового излучения), сформированного элементом или их совокупностью в составе функционального узла, блока или устройства. Использование теплового излучения для диагностирования обусловлено следующими факторами:

- от 70 до 80 % энергии в электрорадиоизделиях (ЭРИ) преобразуется в тепловое излучение [2];
- ряд опытов показывает, что тепловой контроль является одним из наиболее информативных видов контроля [3];
- одной из основных причин развития дефектов является нарушение теплового и электрического режима работы элементов [4].

Для исследования характеристик и создания библиотеки состояний необходимо получение модели, позволяющей рассчитывать тепловые характеристики элементов ПАКС в различных режимах его функционирования.

1 Анализ существующего научно-методического аппарата

Существует ряд работ, рассматривающих возможности теплового диагностирования [4, 5]. Основной их направленностью является контроль печатных узлов при производстве на специальных стендах. Среди научной литературы на данный момент нет публикаций, в которых описаны тепловые модели ПАКС учитывающие такие свойства, как многорежимность и многофункциональность.

Под многофункциональностью понимается свойство объекта, заключающееся в способности удовлетворить различные потребности пользователя. Многорежимность — свойство объекта, заключающееся в способности выполнения

возложенных на него функций посредством использования различных совокупностей функциональных элементов либо изменения их свойств [6]. С изменением режима работы ПАКС будут меняться допусковые интервалы эксплуатационных параметров и характеристик элементов, из которых формируется библиотека состояний, а также определяются пороговые значения пара-

метров для каждого режима функционирования отдельно, на основе компьютерного моделирования ПАКС.

В общем виде модель ПАКС приведена на рис. 1 входные воздействия $X(t)$ с влиянием внешних факторов $Z(t)$ преобразуются в выходные параметры $Y(t)$. Преобразование осуществляется с помощью функции преобразования,

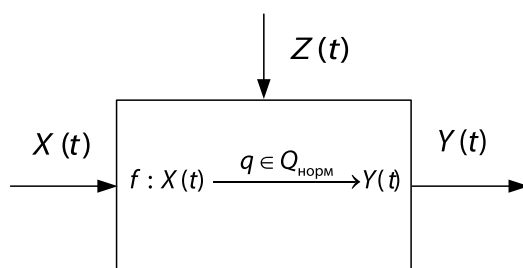


Рис. 1. Модель ПАКС

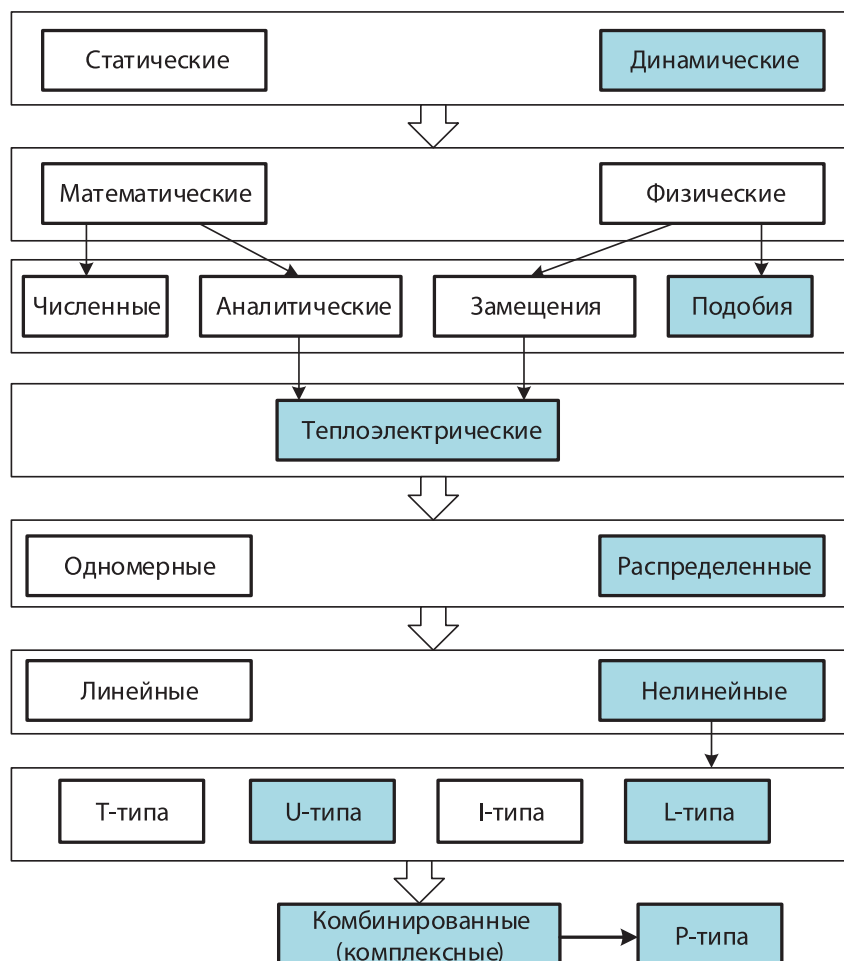


Рис. 2. Классификация и иерархия тепловых моделей ЭМ

где q_i — параметр устройства со своими верхним q_i^B и нижним q_i^H допусками из множества $Q_{\text{норм}}$ — электрических, теплофизических, физических и др. параметров. В качестве выходных параметров рассматриваются значения температуры элементов.

С учетом особенностей современных ПАКС для расчета теплового режима можно выделить следующие виды тепловых моделей электронных модулей (ЭМ) (рис. 2).

Все тепловые модели (ТМ) делятся на динамические и статические. По способу моделирования различают математические (символьные) и физические (объектные) модели.

Физические модели разделяются на модели замещения, в которых реальный объект заменяется другим объектом и процесс теплопереноса заменяется другим процессом, описываемым уравнением, аналогичным уравнению теплопереноса, и модели подобия, в которых реальный объект заменяется его копией увеличенного или уменьшенного размера.

Эффективным методом теплового моделирования, соединяющим физический и математические способы представления объекта, является метод основанный на принципе теплоэлектрической аналогии [7], согласно которому тепловые процессы в твердотельных элементах аналогичны электрическим процессам в электрических цепях. Поэтому выделен отдельный класс электротепловых или теплоэлектрических моделей.

2. Моделирование тепловых режимов ПАКС

2.1. Постановка задачи на моделирование

Исходными данными для модели являются:

— электронный макет схемы ($\Gamma_{\text{пар}}$ — геометрические параметры, $\Theta_{\text{пар}}$ — электрические параметры, $T_{\text{пар}}$ — тепловые параметры, $A_{\text{пар}}$ — аэродинамические параметры);

— входные воздействия $X(U(t))$ — изменение напряжений, P — вектор перепадов давлений воздуха);

— начальные условия (S_n — режим функционирования, U_0 — начальные значения напряжений, T_0 — начальные значения температур);

— внешние воздействующие факторы ($T_{\text{ср}}$ — температура окружающей среды, $P_{\text{ср}}$ — давление).

Найти:

температуры элементов для разных состояний ($T(S_n, t)$ — температуры в режиме S_n).

Ограничения: поверхность каждого печатного узла изотермична; поверхность корпуса блока изотермична; тепловой поток от печатных узлов через разъемы и монтажные провода незначительный.

Для принятой идеализации в блоке существуют следующие виды теплообмена:

— тепловое взаимодействие посредством теплопроводности между каждым печатным узлом и корпусом блока;

— тепловое взаимодействие посредством теплопроводности между стенками корпуса блока;

— излучение с поверхности корпуса блока в окружающую среду;

— конвективная теплоотдача с поверхности печатных узлов в проходящие между ними воздушные потоки;

— конвективная теплоотдача с поверхности корпуса блока в окружающую среду;

— тепломассоперенос воздухом в воздушных каналах между печатными узлами.

Допущения: влияние теплового режима на электрические характеристики ПАКС не учитывается.

Решение

Для получения искомых значений температур в приведенной модели электрические характеристики ПАКС рассчитываются в программе схемотехнического моделирования, позволяющей сохранять результаты в одном из стандартизированных форматов. Затем полученные данные вводятся в подсистему АСОНИКА-Т и АСОНИКА-ТМ [8], для расчета температурных значений элементов. Моделируются различные режимы работы, в результате чего создается библиотека технических состояний ПАКС.

Для расчета параметров модели будем использовать способ комплексного моделирования с учетом электрических, тепловых и аэродинамических факторов (рис. 3).

На рис. 3 даны следующие обозначения:

— электрическая модель схемы: U_0 — вектор напряжений, \bar{I} — вектор токов, S_n — режим работы ПАКС, U_0 — начальные значения напряжений, $U(t)$ — изменения напряжений;

— тепловая модель ПАКС: T^k — вектор элементов температур конструктива, Q^T — тепловые потоки, $T_{\text{ср}}$ — температура окружающей среды, $P_{\text{ср}}$ — атмосферное давление, P — вектор давлений воздуха, ΔP — вектор изменений давлений воздуха;

— тепловая модель ЭМ ПАКС: $T^{\text{Э}}$ — вектор температур элементов, Q^T — тепловые потоки, $q^{T^{\text{Э}}}$ — тепловые параметры элементов.

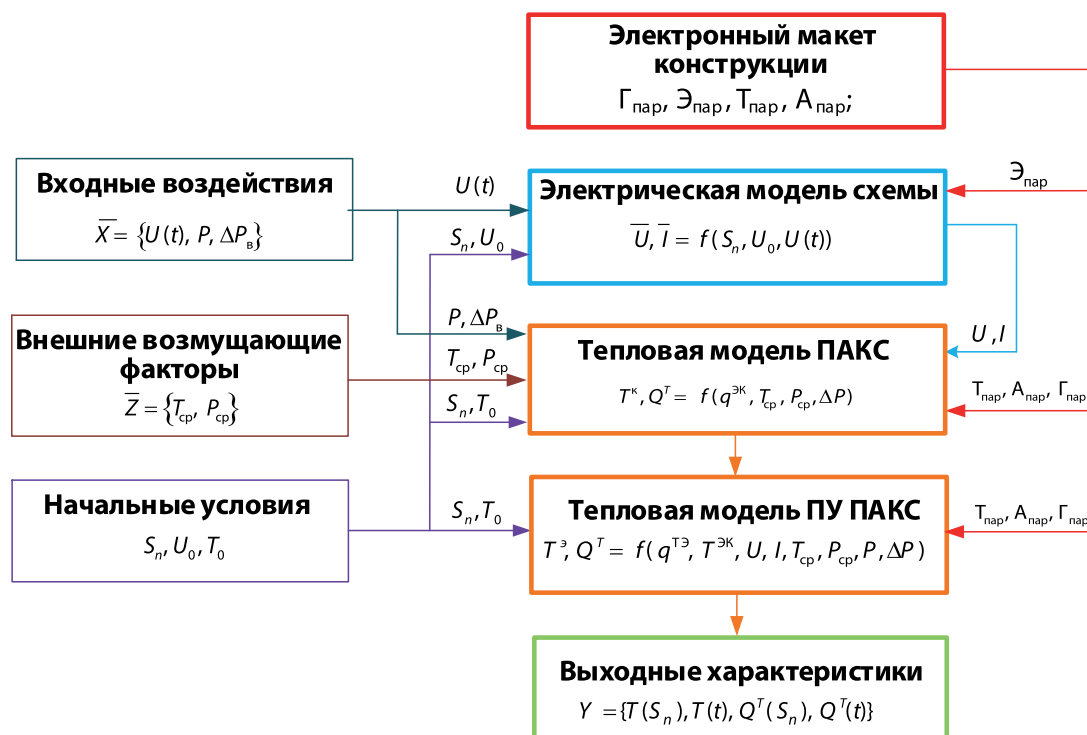


Рис. 3. Схема метода теплового комплексного моделирования ПАКС с учетом, электрических, тепловых и аэродинамических факторов

Сначала задаются геометрические ($\Gamma_{\text{пар}}$), электрические ($\mathcal{E}_{\text{пар}}$), тепловые ($T_{\text{пар}}$) и аэродинамические ($A_{\text{пар}}$) параметры исследуемого ПАКС. На их основе формируются электрическая тепловые модели ПАКС в системах автоматизированного проектирования. В результате работы электрической модели схемы получают значения токов и напряжений на элементах ЭМ. Данные полученные в электрической модели схемы вводятся в тепловую модель ЭМ. На основе расчета значений электрических режимов элементов в тепловой модели ЭМ ПАКС проводится расчет значений температур элементов. После чего, изменяя входные воздействия и внешние возмущающие факторы моделируются различные режимы и неисправности ПАКС.

2.2. Расчет электрических характеристик ЭМ ПАКС

Максимальной точностью и достоверностью обладают классические программы схемотехнического моделирования (SPICE-подобные программы [9]), которые основаны на машинном составлении системы обыкновенных дифферен-

циальных уравнений электрической цепи и их решении без применения упрощающих предположений. В них используются численные методы Рунге — Кутты или метод Гира для интегрирования системы дифференциальных уравнений, метод Ньютона-Рафсона [10] для линеаризации системы нелинейных алгебраических уравнений и метод Гаусса или LU-разложение для решения системы линейных алгебраических уравнений. Расчет электрических характеристик производится в программе Proteus.

2.3. Расчет теплового режима ПАКС

Существует множество программных средств для расчета тепловых режимов ПАКС, такие как АСОНИКА-Т, VITUS, AutoTherm, AutoFlow, ВЕТАsoft-Board, FLOTHERM.

Для расчета тепловых характеристик наиболее доступными и универсальными средствами являются подсистемы система АСОНИКА: АСОНИКА-Т и АСОНИКА-ТМ.

В системе реализован импорт данных, в том числе из систем PCAD, MentorGraphics, AltiumDesigner, OrCAD по имеющемуся сбо-

рочному чертежу [11, 12, 13]. АСОНИКА-ТМ подключена к сетевой базе данных (СБД) на основе Postgres 8.4., в которой содержатся геометрические, теплофизические и физико-математические параметры ЭРИ и конструкционных материалов, необходимых для расчета тепловых и механических характеристик [8].

Моделирование теплового режима проводится поэтапно с постепенным переходом от верхнего уровня иерархии, включающего группу блоков и конструкций ПАКС, к нижнему, имеющему в своем составе простейшие подсистемы — отдельные элементы, которые невозможно разделить не нарушив их целостности [9].

Сначала создаются модели тепловых процессов или макромоделей исследуемой конструкции рис. 4.

Построение модели начинается с определения узлов топологического графа. Далее узлы соединяются ветвями для определения тепловых связей между элементами конструкции (рис. 5).

На рис. 4 цифрами обозначены: 1 — левая стенка корпуса, 2 — верхняя стенка корпуса, 3 — передняя стенка корпуса, 4 — нижняя стенка корпуса, 5 — задняя часть корпуса, 6 — правая стенка корпуса, 7 — электронный модуль, 8 — воздух внутри, 9 — воздух снаружи.

Между стенками задаются условия кондуктивного теплообмена, такие как, $x \times y \times z$ — размер, определяющий площадь сечения теплового потока, l^q — длина пути теплового потока, σ — теплопроводность материала.

Теплообмен с окружающей средой описан естественной конвекцией с плоской поверхности в окружающую среду и излучением с неразвитой поверхности. Задаются следующие па-

раметры: длина поверхности, ширина (высота) поверхности, ориентация поверхности, давление окружающей среды.

Теплообмен платы с воздухом внутри корпуса задан условиями излучения и конвекции с плоской неразвитой поверхностью. Так как ЭМ размещается на нижней стенке корпуса, задан кондуктивный теплообмен ЭМ с нижней стенкой корпуса.

Система уравнений автоматически формируется и рассчитывается подсистемой АСОНИКА-Т на основе топологической модели (рис. 4).

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T_1 - T_2}{R_{12}} + \frac{T_1 - T_3}{R_{13}} + \frac{T_1 - T_5}{R_{15}} + \frac{T_1 - T_4}{R_{14}} &= P_1(T_1) \\ \frac{T_2 - T_1}{R_{21}} + \frac{T_2 - T_5}{R_{25}} + \frac{T_2 - T_3}{R_{23}} + \frac{T_2 - T_6}{R_{26}} &= P_2(T_2) \\ \frac{T_3 - T_1}{R_{31}} + \frac{T_3 - T_4}{R_{34}} + \frac{T_3 - T_2}{R_{32}} + \frac{T_3 - T_6}{R_{36}} &= P_3(T_3) \\ \frac{T_4 - T_3}{R_{43}} + \frac{T_4 - T_6}{R_{46}} + \frac{T_4 - T_1}{R_{41}} + \frac{T_4 - T_5}{R_{45}} &= P_4(T_4) \\ \frac{T_5 - T_2}{R_{52}} + \frac{T_5 - T_6}{R_{56}} + \frac{T_5 - T_1}{R_{51}} + \frac{T_5 - T_4}{R_{54}} &= P_5(T_5) \\ \frac{T_6 - T_5}{R_{65}} + \frac{T_6 - T_4}{R_{64}} + \frac{T_6 - T_2}{R_{62}} + \frac{T_6 - T_3}{R_{63}} &= P_6(T_6) \\ 4 \frac{T_7 - T_4}{R_{74}} + 2 \frac{T_7 - T_8}{R_{78}} + 2 \frac{T_7 - T_8}{R_{78}^{rad}} &= P_7(T_7) \\ \sum_{i=1}^7 \frac{T_8 - T_i}{R_{8i}^{rad}} + \sum_{i=1}^7 \frac{T_8 - T_i}{R_{8i}^{conv}} &= P_8(T_8) \\ \sum_{i=1}^7 \frac{T_9 - T_i}{R_{9i}^{rad}} + \sum_{i=1}^7 \frac{T_9 - T_i}{R_{9i}^{conv}} &= P_9(T_9) \end{aligned} \right.$$

где $P_i(T_i)$ — тепловая мощность i -го элемента, в T_i — температура i -го элемента, R_{ij} — тепловое сопротивление между i -м и j -м элементами.

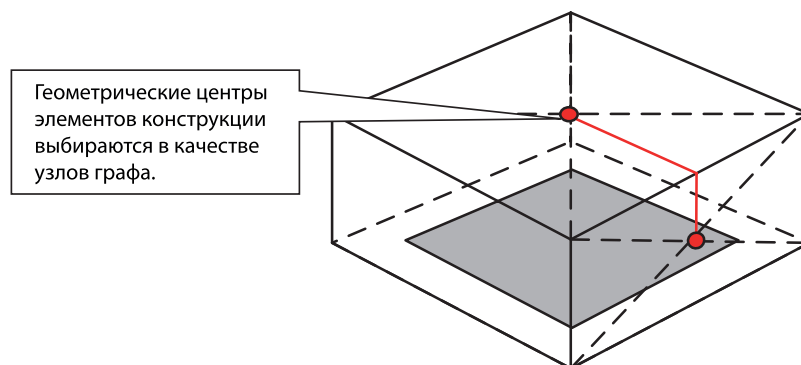


Рис. 4 Определение длины теплового потока между стенками

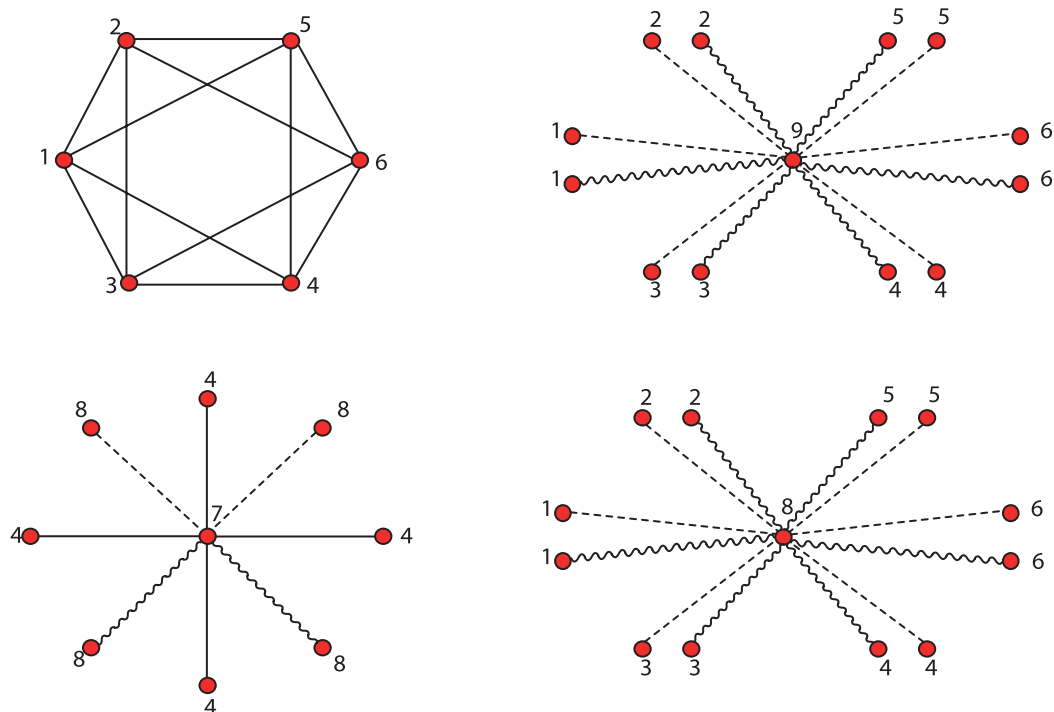


Рис. 5. Топологическая модель модуля «Монокуб» в корпусе

Таблица 1

Характеристики модуля «Монокуб» в корпусе

Размеры корпуса	96 × 281 × 315 мм
Материал корпуса	Сталь
Толщина стенок корпуса	0,5
Общая мощность, выделяемая ЭМ	30 Вт

Таблица 2

Результаты расчета значений температур во всех узлах модели

№ Узла	Имя узла	Температура, °С
1	Левая стенка	46
2	Верхняя стенка	45.6
3	Передняя стенка	46
4	Нижняя стенка	47.4
5	Задняя стенка	46.4
6	Правая стенка	46
7	Плата	80.1
8	Воздух внутри	58.7
9	Воздух снаружи	30

Для решения указанной задачи используются критериальные уравнения теории подобия и уравнения теплообмена, метод узловых потенциалов для формирования математической модели тепловых процессов в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) или системы нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) [9].

Для решения СОДУ используется метод формул дифференцирования назад (ФДН), для решения СНАУ используется метод простых итераций, а для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), к которым сводятся СОДУ и СНАУ (на каждом шаге по времени и/или на каждой итерации по нелинейностям), — метод LU-разложения с символьной факторизацией и учетом разреженности матрицы тепловых проводимостей [14].

В отличие от других видов моделей топологические модели тепловых процессов позволяют в простой форме задавать граничные условия различных родов [8] и их комбинаций по объемам и поверхностям конструкции ПАКС при помощи соответствующих компонентов графа (ветвей, источников заданной температуры и (или) источников с заданной тепловой мощностью).

Тепловой расчет конструкции ПАКС позволил получить окончательные значения температур, показанные в табл. 2.

После разработки модели проводится контроль точности и подстройка параметров, далее

производится расчет и оптимизация целевой функции (1), которая зависит от измеренных и рассчитанных температур, путем изменения геометрических и теплофизических параметров (ГТФП) модели в пределах их допусков.

$$\delta = \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{T_n^I}{T_n^M} \right)^2 \Rightarrow \min_{q \in Q_{\text{зад}}}, \quad (1)$$

где $T_n^I = f(q^I)$ — вектор измеренных значений температур; $T^M = f(q^M)$ — вектор расчетных значений температур; q^M — вектор фактических ГТФП конструкции ЭМ; q^I — вектор идентифицируемых ГТФП конструкции ЭМ; N — число элементов. Значения параметров q рассчитываются методом Давидона-Флетчера-Пауэлла (ДФП), который основан на формуле:

$$q_{i+1} = q_i - \lambda_i \cdot P(q_i) \cdot g(q_i), \quad (2)$$

где i — номер итерации процесса оптимизации; λ — параметр шага оптимизации; $P(q_i)$ — матрица, рекуррентно пересчитываемая по значениям градиента в текущих точках; $g(q_i)$ — градиент целевой функции.

При этом задача идентификации параметров является оптимизационной задачей (рис. 6). Значения параметров оптимизируются таким образом, чтобы максимально приблизить смоделированные значения температур к измеренным.

Реализация способа [15] приведена на рис. 6.

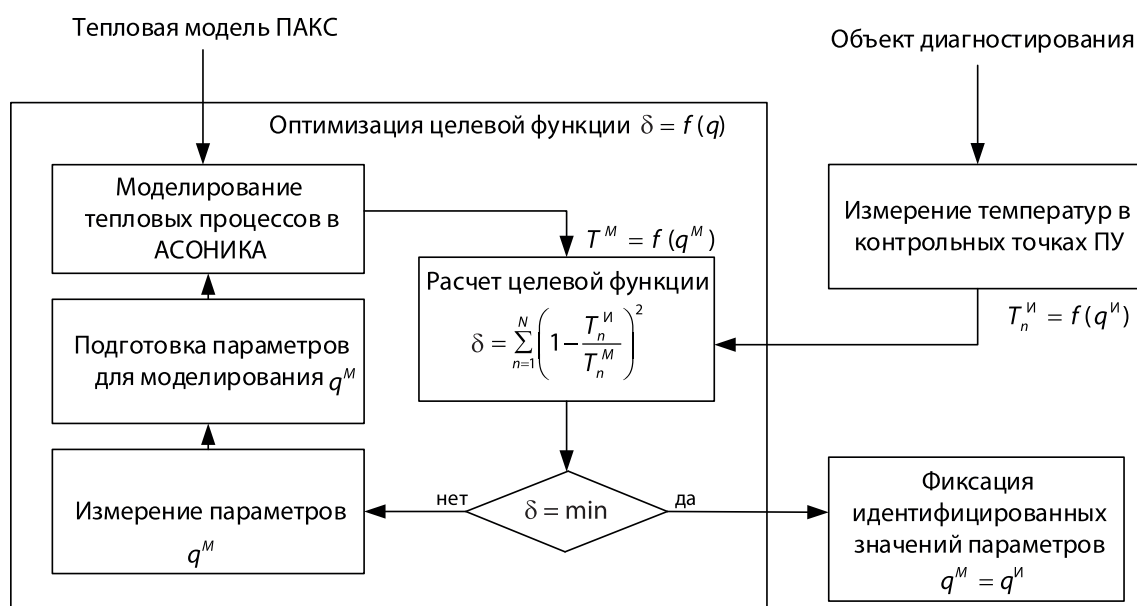


Рис. 6. Оценка точности и подстройка параметров модели

Для первого этапа теплового моделирования были подготовлены следующие исходные данные: теплофизические параметры материалов несущих конструкций из баз данных и справочников; заданы теплофизические параметры материалов и мощности тепловыделений всех ЭМ, а также указаны пути кондуктивной, конвективной и лучистой передач тепла.

3. Расчет тепловых режимов элементов ЭМ ПАКС

Для первого этапа моделирования блока в подсистеме АСОНИКА-Т на нестационарное тепло-

вое воздействие была построена тепловая модель блока (рис. 5). После чего осуществляется переход ко второму этапу моделирования — уточнению температур ЭРЭ, расположенных в каждом ЭМ.

Для расчета тепловых режимов ЭРЭ ЭМ в соответствии с конечным этапом моделирования были подготовлены следующие исходные данные на основе конструкции модуля Монокуб (рис. 7):

- теплофизические параметры материалов и геометрические параметры печатных плат и всех ЭРЭ;
- мощности тепловыделений в каждом ЭРЭ;
- поверхности кондуктивной и лучистой передач тепла;

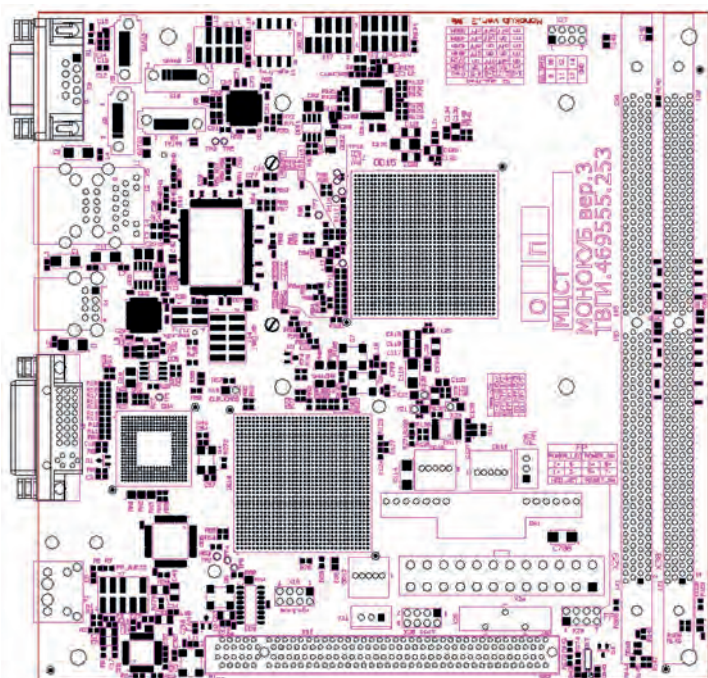


Рис. 7. Электронный модуль «Монокуб»

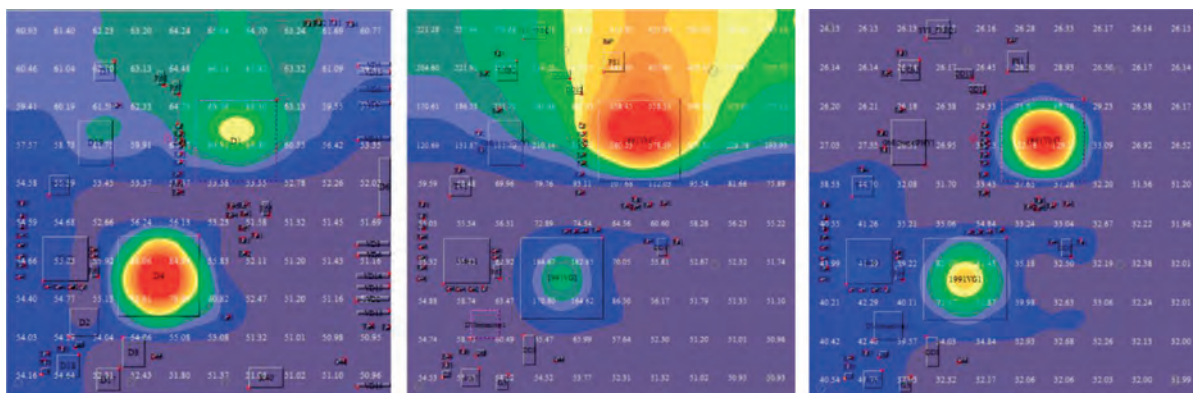


Рис. 8. Термограммы поверхностей ЭМ «Монокуб» различных режимах

Таблица 3

Тепловые режимы ЭМ «Монокуб»

Обозначение ЭРК	Время, с	Температура ЭРК		Коэффициент тепловой нагрузки	Запас по температуре, %
		Максимальная расчетная, °С	Максимальная по ТУ, °С		
DA2	200,00	56,91	85,00	0,67	33
DA9	200,00	59,74	85,00	0,7	30
DA8	200,00	55,69	85,00	0,66	34
DA3	200,00	54,52	85,00	0,64	36
DD1	200,00	53,08	85,00	0,62	38
DD3	200,00	60,58	125,00	0,48	52
...

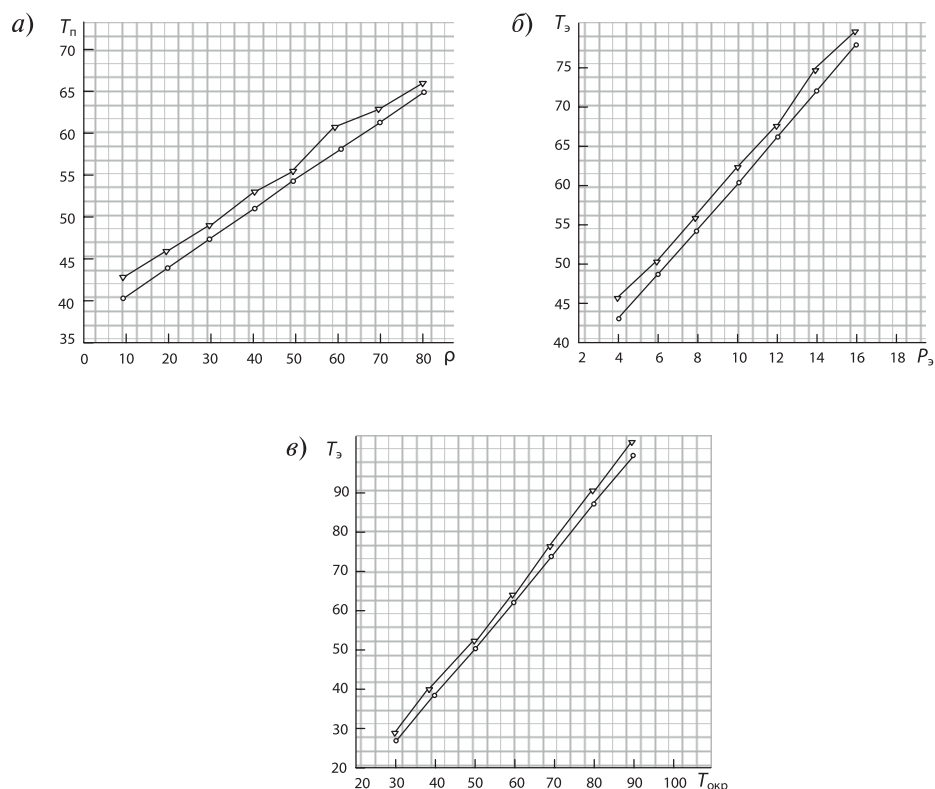


Рис. 9. Результаты компьютерного и натурного моделирования: а — зависимость температуры процессора от режима загрузки; б — изменение температуры элемента в зависимости от мощности рассеивания; в — изменение температуры элемента в зависимости от изменения температуры окружающей среды

— средние температуры ЭМ и стенок блока, а также воздушных объемов вокруг ЭМ, полученные на первом этапе моделирования.

В результате проведенного моделирования были получены термограммы ЭМ, а также температуры и запасы по температурам на каждом отдельном ЭРЭ. На рис. 8 и в табл. 3 представлены результаты моделирования ЭМ «Монокуб».

4. Проверка модели на адекватность

Полученные результаты необходимо оценить на чувствительность и адекватность к изменению входных воздействий и внешних возмущающих факторов. На рис. 9 приведены результаты натурного и имитационного моделирования, выполненного с использованием разработанной модели.

Проведенное компьютерное моделирование показало, что разработанная модель адекватна, информативна и чувствительна к изменению входных воздействий и внешних возмущающих факторов и как следствие изменению технического состояния ПАКС, погрешность разработанной модели составляет 3...5 %, и не превышает статистическую погрешность и существующие требования к достоверности контроля [16]. Результаты компьютерного моделирования подтверждают выводы, сделанные в процессе математического моделирования, о целесообразности применения модели ПАКС при формировании библиотеки неисправностей.

Заключение

Разработанная тепловая диагностическая модель ПАКС представляет собой комплексную модель, в которой на основе иерархического подхода последовательно моделируются: электрический режим, тепловой режим конструкции ПАКС и тепловые режимы ЭРЭ ЭМ ПАКС.

При моделировании получены математические и имитационные модели с использованием

средств компьютерного моделирования АСОНИКА и Proteus 8.0, которые подтверждаются результатами натурального эксперимента.

Была разработана модель и способ моделирования температурных значений элементов ПАКС, которая позволяет рассчитать температуры элементов ПАКС в различных режимах работы ПАКС.

Полученная модель отличается от известных моделей тем что в ней учитываются различные режимы работы ПАКС. Модель позволяет температурные режимы элементов оценить с точностью до 3 %, что на сегодня недостижимо имеющимися средствами моделирования.

Предлагаемая модель позволяет моделировать диагностическую информацию о таких технических состояниях, как запуск, ненагруженный режим, нагруженный режим, предотказное состояние, энергосбережение, отключение, неработоспособное состояние.

На основе полученной модели целесообразно разработать методику теплового диагностирования, которая позволит своевременно выявлять и предупреждать отказы, а также определять причины отказов.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 27.002–2015 Надежность в технике. М.: Стандартиформ, 2007. 22 с.
2. Давыдов П. С. Техническая диагностика радиоэлектронных устройств и систем. — М.: Радио и связь, 1988. — 256 с.
3. Чернышев А. А. Обеспечение тепловых режимов изделий электронной техники. — М.: Энергия, 1980. — 216 с.
4. Долматов А. В. Программно-методический инструмент мониторинга производственных дефектов радиотехнических устройств / А. В. Долматов, С. П. Сулейманов, С. У. Увайсов, С. У. Алкадарский // Надежность и качество: труды Международного симпозиума. — 2005. — Т. 1. — С. 335–336.
5. Долматов А. В. Синтез температурных допусков на комплектующие элементы электронных приборов / А. В. Долматов, С. У. Увайсов, Р. И. Увайсов, А. М. Алкадарский // Надежность и качество: труды Международного симпозиума. — Пенза, 2005. С. 334–335.
6. Ксенз С. П. Теоретические и прикладные задачи диагностирования средств связи и автоматизации. Л.: ВАС, 1990. 336 с.
7. Сулейманов С. П. Метод и средства теплового диагностирования радиотехнических устройств: дис. ... канд. тех. наук: 05.12. 04. — М., 2005. — 201 с.
8. Шалумов А. С. Автоматизированная система АСОНИКА для проектирования высоконадежных радиоэлектронных средств на принципах CALS-технологий. М.: Энергоатомиздат, 2007. 368 с.
9. Шелепин Н. А. Основные принципы создания SPICE-моделей микроэлектромеханических систем // Микросистемная техника. — 2004. — № 9. — С. 30–35.
10. Васильев Н. П. Опыт расчета параметров логической регрессии методом Ньютона–Рафсона для оценки зимостойкости растений / Н. П. Васильев, А. А. Егоров // Математическая биология и биоинформатика. 2011. Т. 6. № 2. С. 190–199.
11. Суходольский В. Ю. Altium Designer: проектирование функциональных узлов РЭС на печатных платах. 2 изд. — БХВ-Петербург, 2014. — 224 с.
12. Разевиг В. Д. Система проектирования OrCAD9.2. — М.: Солон-Р, 2001. — 250 с.
13. Петросянец К. О. Реализация процесса электротеплового моделирования в САПР БИС Mentor Graphics // Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем-2008. Сборник научных трудов / Под общ. ред. Академика РАН АЛ Стемпковского. — М.: ИППМ РАН, 2008. — С. 243–246.
14. Дульнев Г. Н. Тепловые режимы электронной аппаратуры. «Энергия», 1971. — 248 с.

15. **Увайсов С. У.** Методика обеспечения тепловой контролепригодности радиотехнических устройств на этапе проектирования / С. У. Увайсов, Н. К. Юрков // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 7. С. 16–21.

16. **Аврунин О. Г.** Повышение достоверности контроля и диагностики объектов в условиях неопреде-

ленности / О. Г. Аврунин, П. Ф. Шапов. — Харьков: ХНАДУ, 2011. — 192 с.

17. **Дульнев Г. Н.** Теория тепло- и массообмена. — СПб: НИУ ИТМО, 2012. — 195 с.

18. **Сабоннадьер Ж. К.** Метод конечных элементов и САПР. — М.: Мир, 1989. — 192 с.