

*Н. Г. Бикчинтаева*

Инженер 2 категории ПАО «Интелтех»

*О. В. Орлова*

Инженер 1 категории ПАО «Интелтех»

## МЕТОД «КЛОНИРОВАНИЯ» ОТСЧЕТОВ КВАДРАТУРЫ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩЕЙ КОМПЛЕКСНЫЙ ДИСКРЕТНЫЙ СИГНАЛ МЧТ

**АННОТАЦИЯ.** В статье рассмотрен способ «клонирования» отсчетов квадратуры, представляющей комплексный дискретный сигнал МЧТ. Данный способ позволяет увеличить интервал между соседними линиями спектра, соответствующими символам алфавита и тем самым увеличить разрешающую способность при приеме сигнала МЧТ. Кроме этого в алгоритме применен метод уменьшения дисперсии шума за счет усреднения значений отсчетов на интервале  $n$ , в результате которого уменьшается число отсчетов и уменьшается дисперсия шума. Увеличение числа отсчета между соседними частотами алфавита позволяет анализировать результирующий дискретный спектр только для отсчетов, близких к ожидаемым частотам, выбирая их по принципу «гребенки».

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** быстрое преобразование Фурье, дискретный сигнал МЧТ, частота дискретизации, корреляционный прием

### 1. Постановка задачи

Сигнал МЧТ представляет собой последовательность гармонических сигналов ограниченного набора частот, которые следуют друг за другом на фиксированных интервалах времени. Данные интервалы времени для каждого сигнала, соответствующего символу алфавита, отсчитываются от нуля часов нуля минут нуля секунд и продолжаются 10 с каждый. Несущая частота определяется радиолнией.

#### 1.1. Обнаружение сообщений радиостанции

Сигналы радиостанции с помощью анализатора спектра сигналов звукового диапазона обнаруживаются в зоне хорошей радиовидимости, рис. 1.

Для приема и анализа сообщения необходим мощный вычислитель анализатора, работающий в режиме on-line и считающий текущий спектр.

#### 1.2. Обнаружение и различение сигналов МЧТ

Исходим из того, что каждый  $m$ -тый символ алфавита  $M$ , подлежащий оценке, имеет в качестве основной характеристики частоту  $\omega_m$ . Поэтому, самый реальный подход состоит в определении спектра полученного сигнала в цифровом виде.

Известно, что сигнал передается в течение 10 секунд, начало и конец этого интервала определены, поэтому нет смысла считать текущий спектр.

**Примечание.** Текущий спектр можно сравнить с киносъёмкой: для каждого полученного отсчета времени набор  $N$  временных отсчетов, сдвинутых на один интервал дискретизации, поступают на вычислитель. Получается «живая картинка» спектра. В данной работе считаем 1 «кадр» в 10 с. Вся информация заключена в отсчетах за 10 с, необходимо только ее полностью использовать для оценки.

Считаем спектр принятого за 10 с сигнала ( $T=10$  с), тогда и операция расчета должна происходить менее, чем за 10 с.

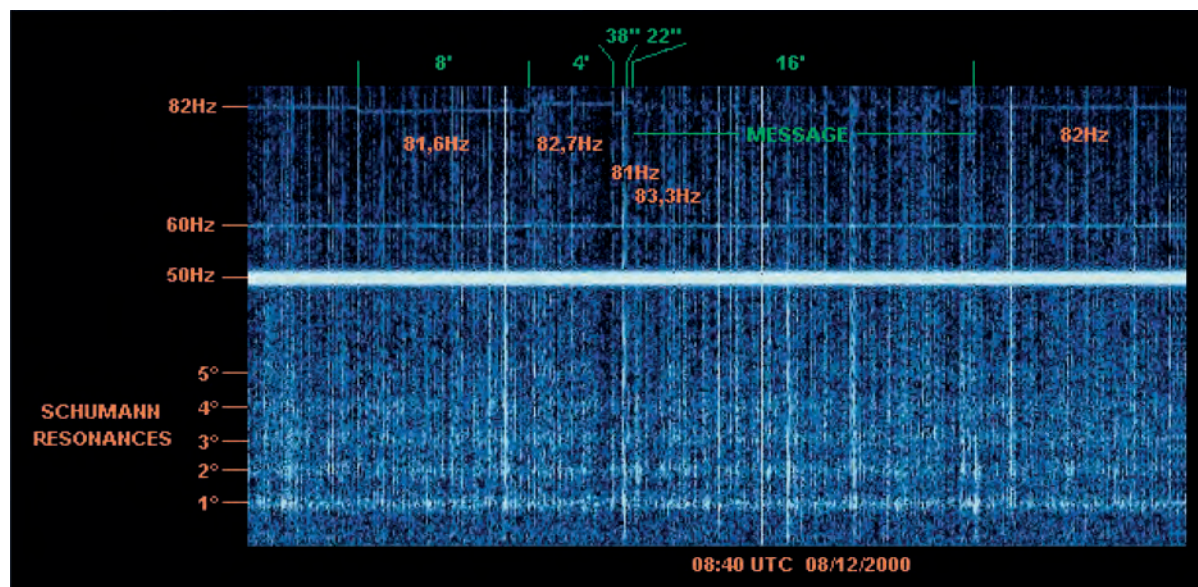


Рис. 1. Развертка сигнала по осям времени и частоты.  
 (Рис. заимствован из статьи «The russian 82 Hz ELF transmitter» (США): о «Русском Зевсе»)

Исходными данными для расчета должны быть данные с аналого-цифрового преобразователя (АЦП).

В качестве математического аппарата выбирается метод быстрого преобразования Фурье (БПФ): это мощный метод расчета дискретного преобразования Фурье (ДПФ); на основе БПФ построено большое количество вычислителей на микропроцессорах (в анализаторах спектра используется тоже БПФ).

Можно рассматривать и другие методы обнаружения сигналов МЧТ: алгоритм Герцеля, корреляционный прием и пр.

### 1.3. Корреляционный прием

Оптимальным приемником для сигналов такого типа является согласованный оптимальный фильтр. Он имеет импульсную характеристику — инвертированный образ сигнала, а частотную — комплексно-сопряженный спектр сигнала.

В цифровом виде оптимальный фильтр вычисляет взаимно-корреляционную функцию принятого и эталонного сигнала. Причем эталонных сигналов должно быть столько же, сколько символов в алфавите. Вычислительная сложность его значительно больше, чем БПФ (вычисление дискретной свертки). Алгоритмы быстрой свертки основаны на использовании БПФ и приводят к первому методу.

### 1.4. Алгоритм Герцеля

Алгоритм Герцеля позволяет итерационно вычислять ДПФ для нескольких выбранных частот. Он экономичнее только при условии, если алфавит не превышает 2-х, 3-х знаков.

## 2. Дискретная модель спектра

Модель спектра, используемая для расчета, отличается от реального спектра сигнала, т. к.: реальный спектр непрерывен и бесконечен; он зависит от времени и меняется непрерывно; дискретизация по времени, и использование дискретной математической модели приводит к периодичности и по времени и по частоте.

оцифровка сигналов приводит к появлению паразитных разностных частот, «шумов квантования».

На рис. 2 представлен реальный спектр идеального сигнала, переданного в течение 10 с. От 0 до  $T$  он меняется непрерывно, основной лепесток спектра постепенно сужается и приобретает такой вид только на 10-й секунде. За счет ограниченности времени анализа спектр бесконечен, «хвосты» спектральной функции расползаются до  $\infty$ .

Здесь существенно то, что  $T$  определяет ширину основного лепестка спектра: чем больше

время анализа, тем он тоньше, в пределе —  $\delta$ -функция. Это же соотношение справедливо для дискретной модели.

На рис. 3 показан дискретный спектр, моделирующий реальный сигнал.

### 2.1. Расчет спектра сигнала

Основные параметры:

*интервал времени T* 10 секунд (определяет, как и в непрерывном спектре, ширину основного лепестка, в нем тах информации, использовать ее надо полностью);

*частота дискретизации  $F_d$*  задана АЦП (44100Гц, 192000Гц), но уменьшить ее можно

и нужно. Частота дискретизации для дискретной модели — число отсчетов  $N/T$ , где  $T$  — время передачи одного символа,  $N$  — число отсчетов на этом временном интервале. Расчет БПФ дает  $N$  отсчетов спектра на частотном интервале  $F$ ,  $F = \Delta t$ ,  $\Delta t = T/N$ . Дискретная модель периодична и по времени и по частоте, рис. 3:

1) Частота дискретизации (по Найквисту) не может быть меньше  $2 \cdot \omega_{\max} = (2 \cdot 83,2) \text{ Гц} = 166,4 \text{ Гц}$ ;

2) Число отсчетов на 10 с в 10 раз больше частоты дискретизации,  $N = 1664$ .

3) Для БПФ число отсчетов — степень двойки,  $N = 2048$ ,  $2048/1664 = 32/26$ . Каждый отсчет повторяется 32 раза и выбирается каждый 26-й.

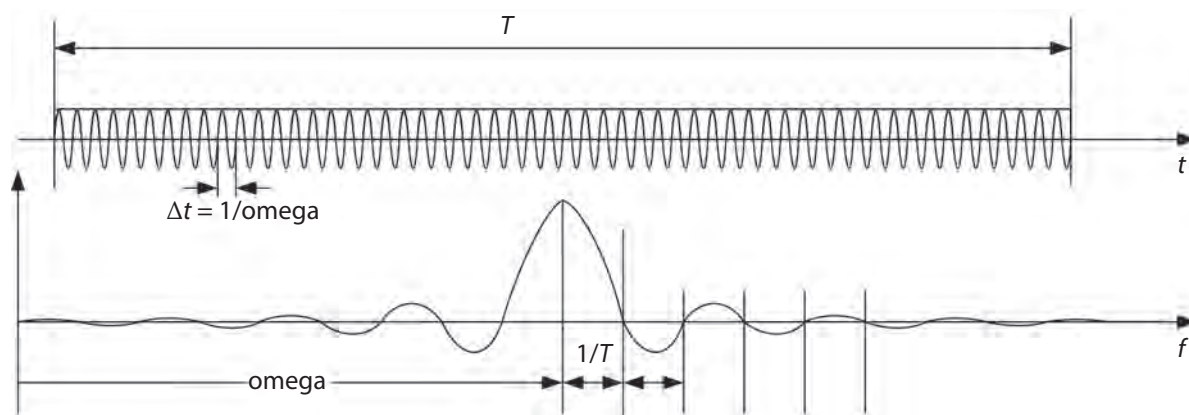


Рис. 2. Реальный спектр идеального гармонического сигнала к концу 10-й секунды интервала времени  $T$

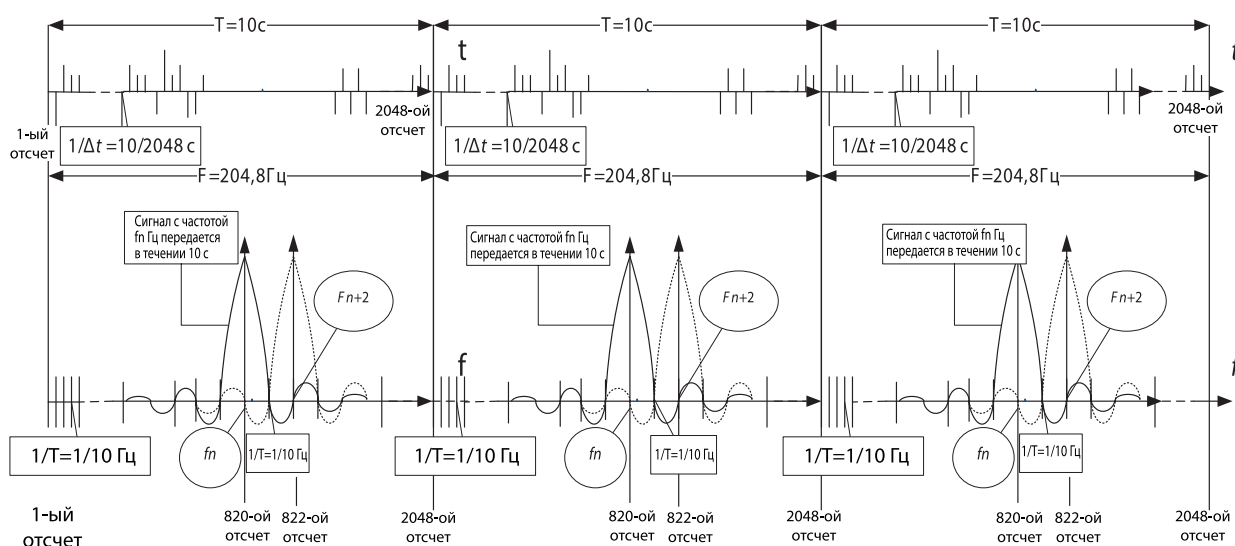


Рис. 3. Дискретная модель спектра сигнала МЧТ, передаваемого на несущей частоте  $f_n$ . Сигналы, соответствующие символам алфавита, отстоят друг от друга на 0.2 Гц, в дискретной модели на 2 отсчета, если число отсчетов 2048

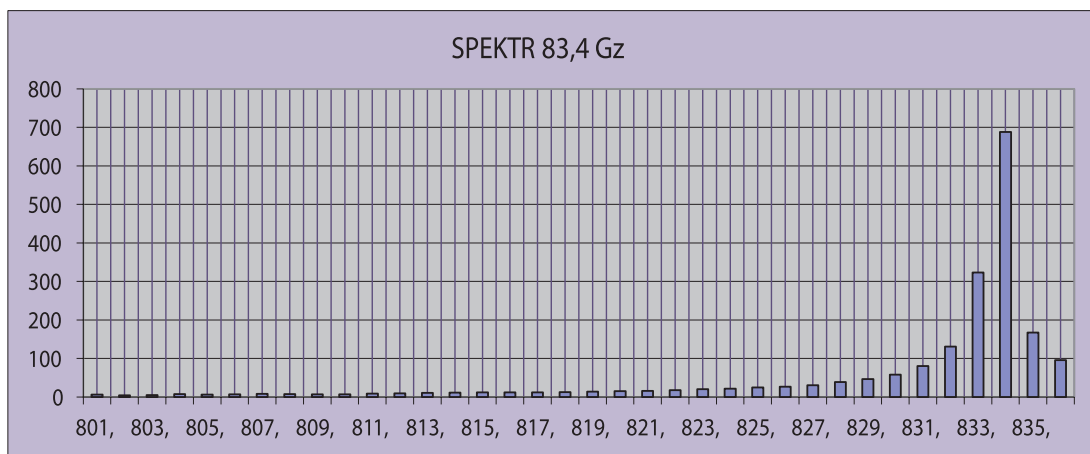


Рис. 4. Спектр сигнала частотой 83.4 Гц, рассчитанный программой БПФ

### 2.2. Расчет спектра квадратур

Считать БПФ низкочастотных сигналов значительно проще. Для сигналов — 1.2 ... 1.2 Гц число отсчетов может быть меньше, теоретически — не менее 4, на практике и с учетом требования к исходным данным БПФ — 32, 64, 128...

Сложность остается в том, что частоты, соответствующие соседним символам алфавита, отстоят друг от друга всего на 0.2 Гц. Спектр сигнала одного символа это свертка спектров частоты сигнала  $f_s$  и прямоугольного импульса длительностью  $T = 10$  с. Спектр прямоугольного импульса имеет вид функции  $\sin(x)/x$ , ширина главного лепестка его определяется величиной  $T$ . Чем дальше передается сигнал, соответствующий одному символу, тем больше кодовое расстояние в частотном функциональном пространстве.

Рис. 5 показывает спектры двух соседних символов.

На рис. 5 показан непрерывный спектр, реально он такой и есть (к концу 10-й секунды), хотя все расчеты производятся с использованием дискретной модели. Модель вовсе не должна точно соответствовать реальности, она должна давать ожидаемый результат. Спектр имеет бесконечные «хвосты», которые накладываются друг на друга, т. к. дискретизация сигнала приводит к его периодичности.

Если частоты сигналов перенести на нулевую частоту и представить в виде квадратур — комплексных временных отсчетов с частотой дискретизации  $fd$ , то символы алфавита будут соответствовать частотам, симметричным не относительно несущей частоты, а относительно нуля.

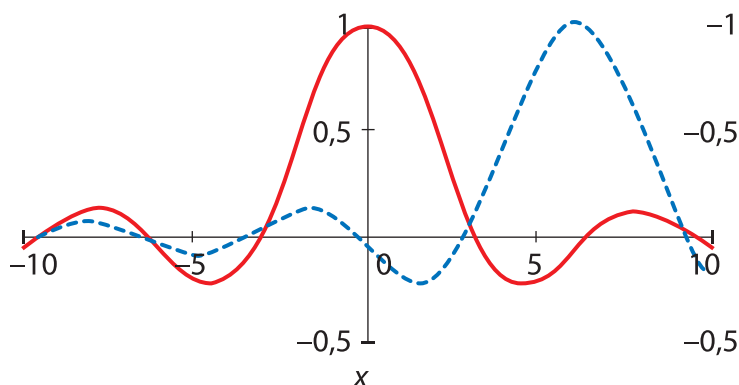


Рис. 5. Спектры двух сигналов, отличающихся на 0.2 Гц и передающихся на интервале 10 с находятся на предельно близком расстоянии

Частоты, Гц:  $-1,2; -1,0; -0,8; -0,6; -0,4; -0,2;$   
 $0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,2.$

Перенос частоты может осуществляться умножением на две ортогональные несущие, на  $\pm \exp(j\omega_n t)$ , или в дискретном виде

$\pm \exp(ij2\pi fs/fd)$ , где  $i$ - текущий индекс,  $j$ -корень квадратный из «-1»,  $fs$ - частота сигнала,  $fd$  — частота дискретизации.

### 3. Алгоритм «клонирования» отсчетов квадратур частоты сигнала — «Овечка Долли»

Чем дальше передается гармонический сигнал, тем уже главный лепесток спектра. Но не всегда имеется возможность влияния на параметры передатчика. В таком случае можно сделать искусственное продление передачи одного символа, «клонировав» полученные отсчеты на длительность  $2T, 4T, 8T, \dots$

«Клонирование» производится в дискретном времени: полученные отсчеты повторяются в обратном порядке в действительной части и в обратном порядке с инвертированием в мнимой части.

При преобразовании действительной части квадратуры в функцию, четную относительно среднего отсчета и мнимой части квадратуры

в функцию, нечетную относительно среднего отсчета получим сигнал, который будет иметь действительный спектр. Функция, представленная моделью, удовлетворяет условиям Дирихле, является кусочно-непрерывной, этого достаточно для однозначного представления ее в спектральной области. Так мы увеличиваем время передачи виртуально. Виртуально же изменится и спектр. Хотя новой информации в этой модели нет, но спектр меняется в лучшую сторону для обнаружения сигнала.

Практически важно то, что главный лепесток такого сигнала будет в 2, 4, 8 раз уже исходного. Соседние сигналы, отличающиеся на 0.2 Гц будут дальше друг от друга на 4, 8, 16 отсчетов в зависимости от кратности «клонирования».

Расчет спектра дискретного сигнала с «клонированием» исходных данных промоделирован программно.

К идеальному сигналу МЧТ добавляется аддитивный белый шум с нормальным распределением. На рис. 6 представлена компьютерная модель сигнала на выходе АЦП, это квадратуры с шумом.

В алгоритме «Овечка Долли» используется также метод усреднения амплитудных значений  $n$  соседних отсчетов. Квадратуры с шумом, изменяющиеся в дискретном времени,

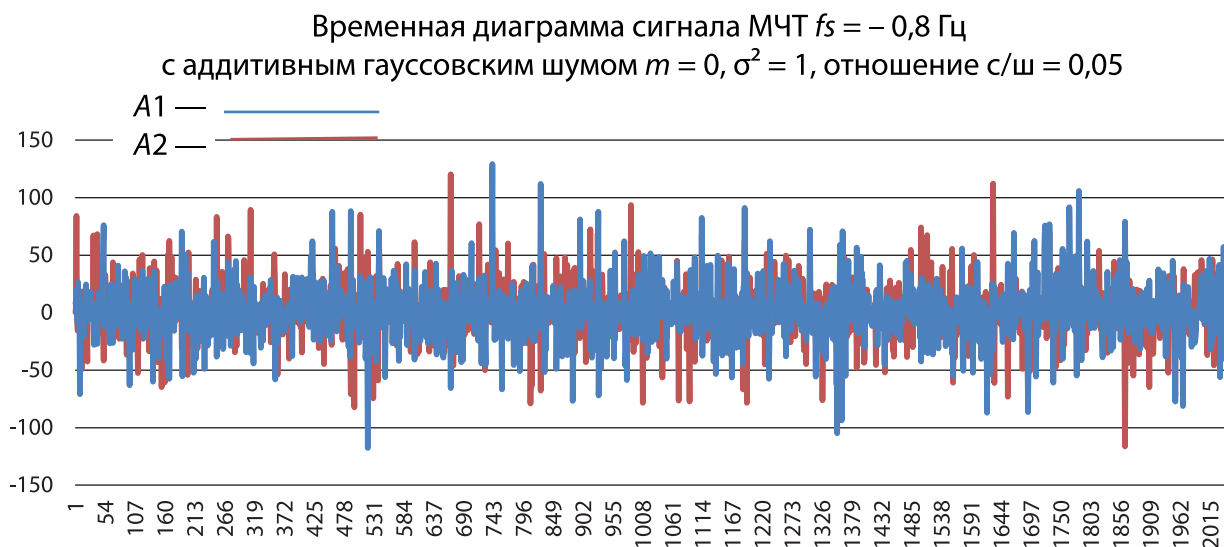


Рис. 6. Действительная и мнимая часть квадратур, представляющих сигнал МЧТ: отсчет действительной части квадратуры:  $A1 = A \cos(2\pi i/N) + N1_i$ , отсчет мнимой части квадратуры:  $A2 = A \sin(2\pi i/N) + N2_i$ , где:  $A$  — амплитуда квадратурной составляющей дискретного сигнала;  $i$  — текущий отсчет;  $N$ - число отсчетов в дискретной модели, здесь — 2048;  $N1_i$  —  $i$ -ый отсчет действительной составляющей белого шума с нормальным распределением плотности вероятности;  $N2_i$  —  $i$ -ый отсчет мнимой составляющей белого шума с нормальным распределением плотности вероятности



можно рассматривать, как случайный процесс. По теореме Маркова для случайных процессов среднее арифметическое  $n$  отсчетов случайного процесса сходится по вероятности к математическому ожиданию, дисперсия при этом уменьшается в  $n$  раз. Здесь, конечно очень важен выбор величины  $n$ . Должна выполняться теорема Котельникова для всех частот алфавита. Сигнал, представленный на рис. 6 в дискретном времени выглядит после усреднения на каждом интервале по 16 отсчетов как показано на рис. 7.

На рис. 8 представлены энергетические спектры сигналов  $G(i)fs = 0,2$  Гц,  $fs = 0,4$  Гц, полученные программами:

- а) БПФ без усреднения на 2048 отсчетах;
- б) БПФ с усреднением  $n = 16$  на 128 отсчетах;
- с) алгоритм «Овечка Долли», где использовано и усреднение и 16-кратное клонирование.

На рис. 8 с) видно, что спектры соседних сигналов гораздо лучше различимы в результате клонирования — расстояние между ними

увеличивается в 16 раз при 16-кратном клонировании, а число отсчетов стало таким же, как до усреднения на интервале 16 отсчетов. Так методы усреднения и клонирования хорошо сочетаются друг с другом: если бы мы использовали только клонирование, число отсчетов увеличилось бы до  $N = 32768$ .

Математическая модель, которая использовалась для исследования алгоритма «Овечка Долли» позволяет проверить статистически эффект клонирования и усреднения. Случайная последовательность символов модулируется и представляется комплексными отсчетами квадратур, к ним добавляется случайная последовательность комплексных отсчетов шума.

На рис. 9 представлены полученные графики частоты ошибок в зависимости от отношения с/ш.

Преимущество клонирования состоит в виртуальном увеличении кодового расстояния между символами алфавита в частотном функциональном пространстве. Используется это

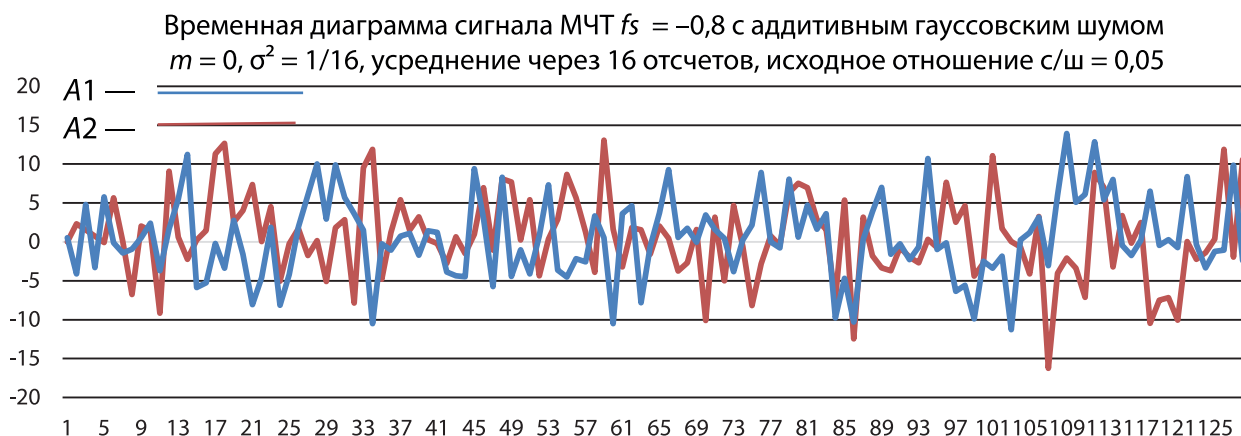
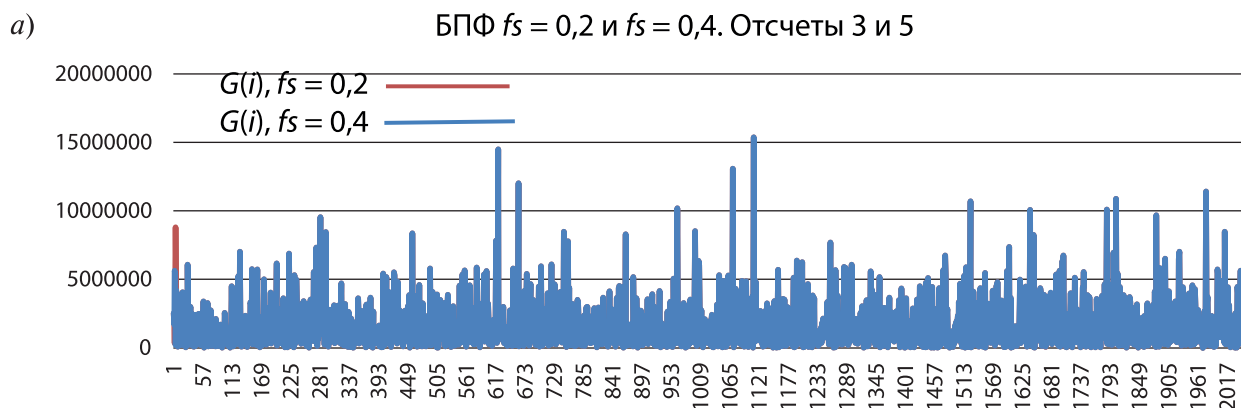


Рис. 7. Результат усреднение отсчетов квадратуры, представленной на рис. 6



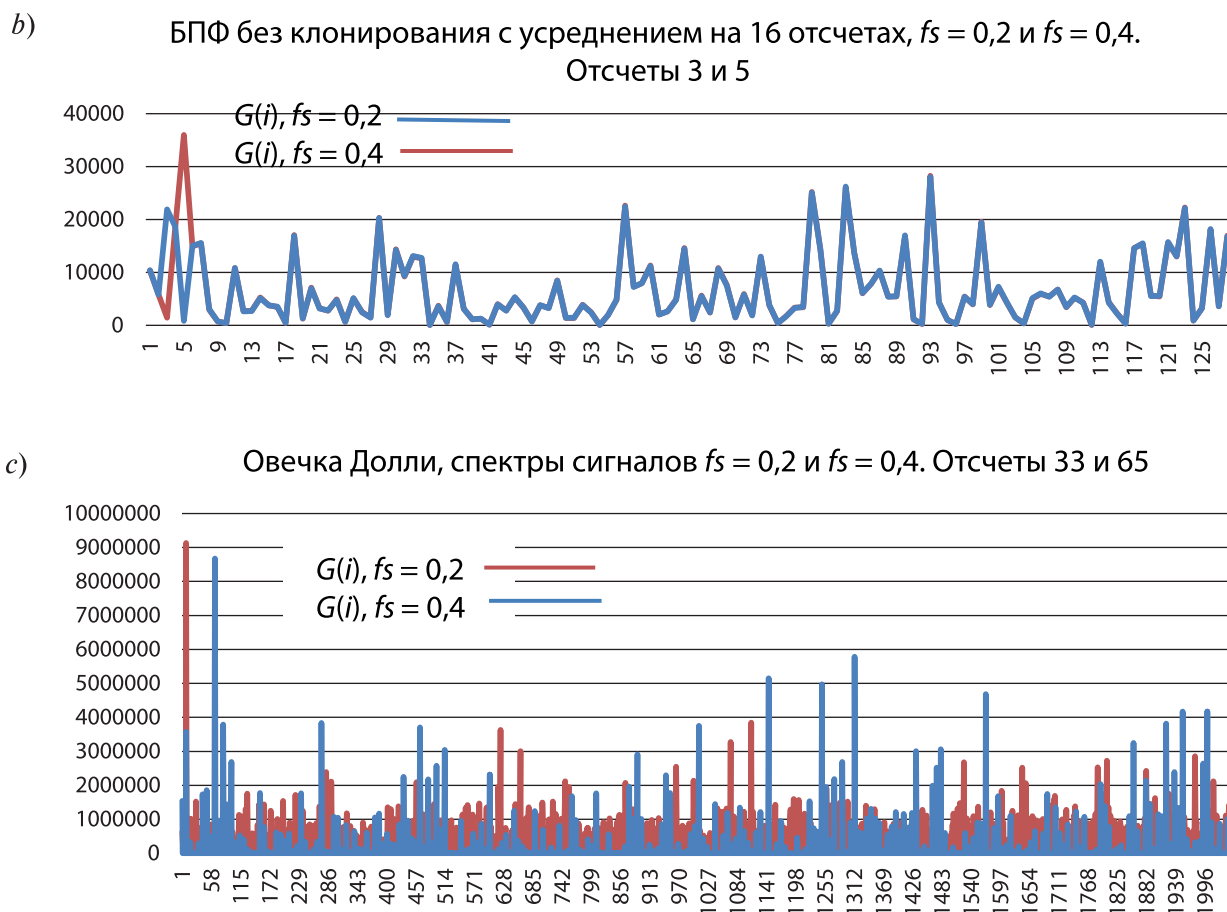


Рис. 8. Спектры сигналов  $f_s = 0,2$  и  $0,4$ , расстояние между которыми  $0,2$  Гц, соответственно — 2 отсчета в дискретной модели, отношение  $c/\text{ш} = 0,05$

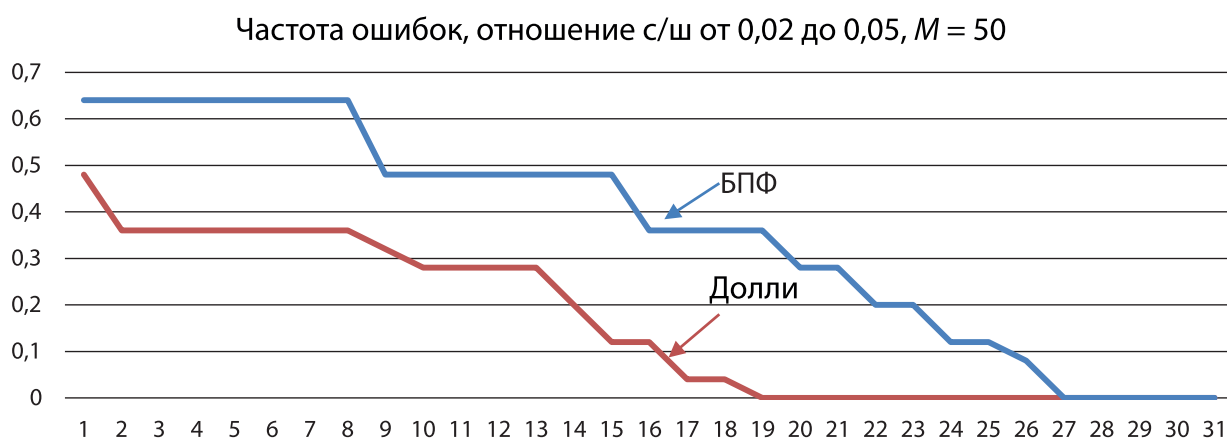


Рис. 9. Экспериментальные кривые помехоустойчивости для БПФ и «Овечки Долли».  $M$  — число символов алфавита в случайной выборке

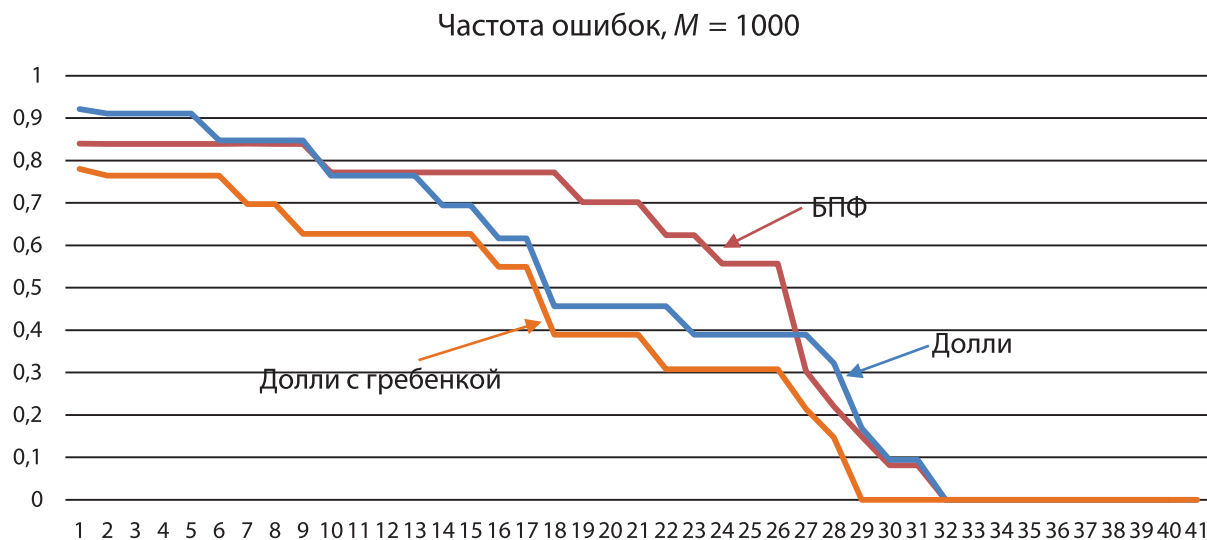


Рис. 10. Частота ошибок для алгоритма «Овечка Долли» с использованием «гребенки» дает видимый выигрыш по сравнению с алгоритмом только с клонированием отсчетов.  $M$  — число символов алфавита в случайной выборке

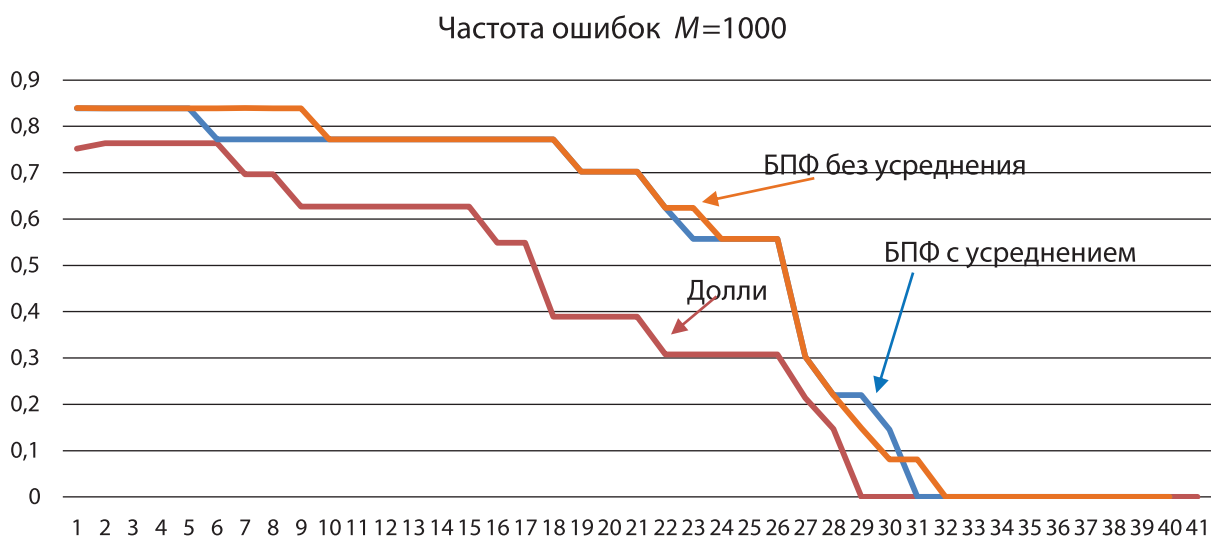


Рис. 11. Эффект от усреднения отсчетов на интервале 16 дает выигрыш и для алгоритма БПФ, но он все же намного уступает алгоритму «овечка Долли».  $M$  — число символов алфавита в случайной выборке.

преимущество путем уменьшения интервалов, на которых анализируются отсчеты спектра. Между соседними символами по 32 отсчета (вместо 2-х), максимум ищем среди  $i_m \pm 4$ , где  $i_m$  — отсчет, соответствующий  $m$ -тому символу. Интервал « $\pm 4$ » практически дает наилучший результат для 16-кратного клонирования. Получается эффект «гребенки»: отфильтровываются только близкие к частоте сигнала отсчеты. При-

чем, это делается очень просто программным путем: ищем максимум среди отсчетов около ожидаемых частот.

Рисунок 10 иллюстрирует эффект «гребенки».

Интересно также сравнить частоту ошибок для алгоритмов БПФ и «Овечка Долли», если для БПФ применить усреднение на интервале 16 отсчетов. Результат моделирования представлен на рис. 11.



### Выводы

В статье представлен метод улучшения различения сигналов МЧТ путем виртуального увеличения дискретного времени передачи каждого символа. Это происходит 16-кратным клонированием отсчетов квадратуры на интервале времени передачи одного символа.

Наряду с клонированием предлагается метод усреднения *n* последовательных отсчетов, что позволяет уменьшить дисперсию шума.

Моделирование алгоритма «Овечка Долли» показало лучшие результаты, чем простое БПФ и чем БПФ с использованием только усреднения *n* отсчетов.

Использование гребенчатой выборки отсчетов спектра дает возможность вполне реализовать преимущество клонирования.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Бикчинтаева Н. Г.** Логический алгоритм демодуляции цифрового частотно-модулированного сигнала / Н. Г. Бикчинтаева, В. В. Дмитриев, О. В. Орлова // Техника средств связи. Научно-технический сборник. — 2017. Вып. 6 (145). — СПб. — С. 41–51.

2. **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов. — М.: Издательство «Мир», 1978.

3. **Трахтман А. М.** Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах / А. М. Трахтман, В. А. Трахтман. — М.: Советское радио, 1975.